Bethe格子上スピン模型の動力学 : 拘束動力学Ising模型の場合(非平衡系の物理-非平衡ゆらぎと集団挙動-,研究会報告)

太田, 洋輝

Bethe格子上スピン模型の動力学

拘束動力学Ising模型の場合

東京大学 総合文化研究科　　太田洋輝 [1]

この報告書は、会議「非平衡系の物理:非平衡ゆらぎと集団挙動」のものである。著者の発表は、集団挙動に関連すると言える。以下に、研究背景と今の段階の到達点を報告する。

1　Bethe格子上スピン模型の動力学

Bethe格子とは、Cayley木やランダムグラフなどの総称である。以下に、これらのグラフ上のスピン模型の動力学に関する理論解析の現状について述べる。まず、Semerjian, Weigt [1] らによって、熱力学極限で無限個の状態数をもつIsing模型のGlauber動力学から、平衡状態や動的臨界指数を厳密に計算可能な範囲で近似を用いることにより、有限個の変数で閉じた時間発展方程式の導出に成功したことから始めたい。その後、Mozeika, Coolen [2]、Neri, Bollé [3]、Ohta [4] により、それぞれ異なる方法で不純物のある場合に拡張が行われている。一方、有限個の変数で閉じた厳密な時間発展方程式が得られている場合もある。相分離 [5] や、グラフ自体のボンド消去動力学 [6]、ランダム磁場Ising模型のゼロ温度動力学 [7] などがそれである。有限個の変数で閉じてはいないが、厳密に動力学を解析できる例もある [8]。

次に、上のような一連の研究の意義について述べたい。多体系の動力学は、非自明な集団挙動が数多く見られるが、一般に解析するのが難しい。そこで、一次元系や全結合系など比較的解析しやすい系を理解した上で、より複雑な状況の理解に向かうという方針が考えられ得る。しかしながら、一次元系は平衡系では相転移が起きなく、全結合系では、距離という概念がない。Bethe格子上の系では、距離の概念がありかつ相転移が起こり得る。よって、Bethe格子は、相転移における秩序の相関距離について議論できる簡単な舞台ということができる。上述の研究は、多体系の秩序の相関距離の動的側面に確固たる知見を提供したことになり、そこからのさらなる展開が期待される。

2　拘束動力学Ising模型の場合

2.1　模型の定義と非エルゴード転移

まず、 N 個の頂点を考え、それぞれの頂点が無作為に選んだ c 個の頂点と繋がったグラフを考える。そのグラフの頂点上で定義された下向きまたは上向きスピンに対して、全スピンの足し算の

[1] E-mail: hiroki@jiro.c.u-tokyo.ac.jp

ハミルトニアンを持つ、通常の Glauber 動力学を考える。次に、あるサイトに注目したとき、そのまわりのサイトの上向きスピンの数が k 個以上の場合に状態遷移を禁止するという規則を付加する。この系は熱力学的な相転移は示さないが、拘束動力学起源の非エルゴード転移によって、転移点 T_c 以下で、いくらでも大きな非一様秩序が存在し、先行研究はそのままでは役に立たない。

2.2 系統的摂動解析と動的スケーリング則

あるサイトと周りのサイトの配置の密度に注目する。その有効変数 (密度) に取り入れる周りのサイトの距離 (n) を長くしていき、n で指定される有効変数で閉じた時間発展方程式を考える。各 n で指定される時間発展方程式を転移点 T_c で線形化し、その最大固有値 $\tau^{-1}(T_c)$ と n との関係性に着目する。すると、$\tau \simeq \mathcal{N}(c,k)^{z(k)}F(\mathcal{N}(c,k)/n)$ で、うまく定数 $\mathcal{N}(c,k)$ を決めれば、$F(x) \simeq x^{-z(k)}$ なる動的スケーリング則を得ることができた。これは、動的臨界指数が c によらず、k で分類されるということを強く示唆する。これは、拘束動力学の非エルゴード転移だけでなく、スピングラス模型における非エルゴード転移の動的普遍的性質にも適用される可能性があり、この種の非エルゴード転移に関して新しい見方を提供する。今後、精緻な数値計算での検証が望まれる。詳細は、文献 [9] を参照されたい。

謝辞

佐々真一氏には有益なコメントを頂き感謝したい。また、Guilhem Semerjian 氏には公表していないデータの提供を通して研究の進展に大きな寄与をして頂いたことに感謝したい。この研究は、日本学術振興会特別研究員としての支援を受けている。

参考文献

[1] G. Semerjian and M. Weigt, *J. Phys. A: Math. Gen.* **37** 5525 (2004).

[2] A. Mozeika and A. C. C. Coolen, *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 195006 (2009).

[3] I. Neri and D. Bollé, *J. Stat. Mech.* P08009 (2009).

[4] H. Ohta, *J. Phys. A: Math. Theor.* **43** 395003 (2010).

[5] S. N. Majumdar and C. Sire, *Phys. Rev. Lett.* **70** 4022 (1993).

[6] M. Iwata and S. Sasa *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 075005 (2009).

[7] H. Ohta and S. Sasa, *Europhys. Lett.* **90** 27008 (2010).

[8] D. S. Dean and S. N. Majumdar, *J. Stat. Phys.* **124** 1351 (2004).

[9] H. Ohta, *arXiv:1007.3824*.